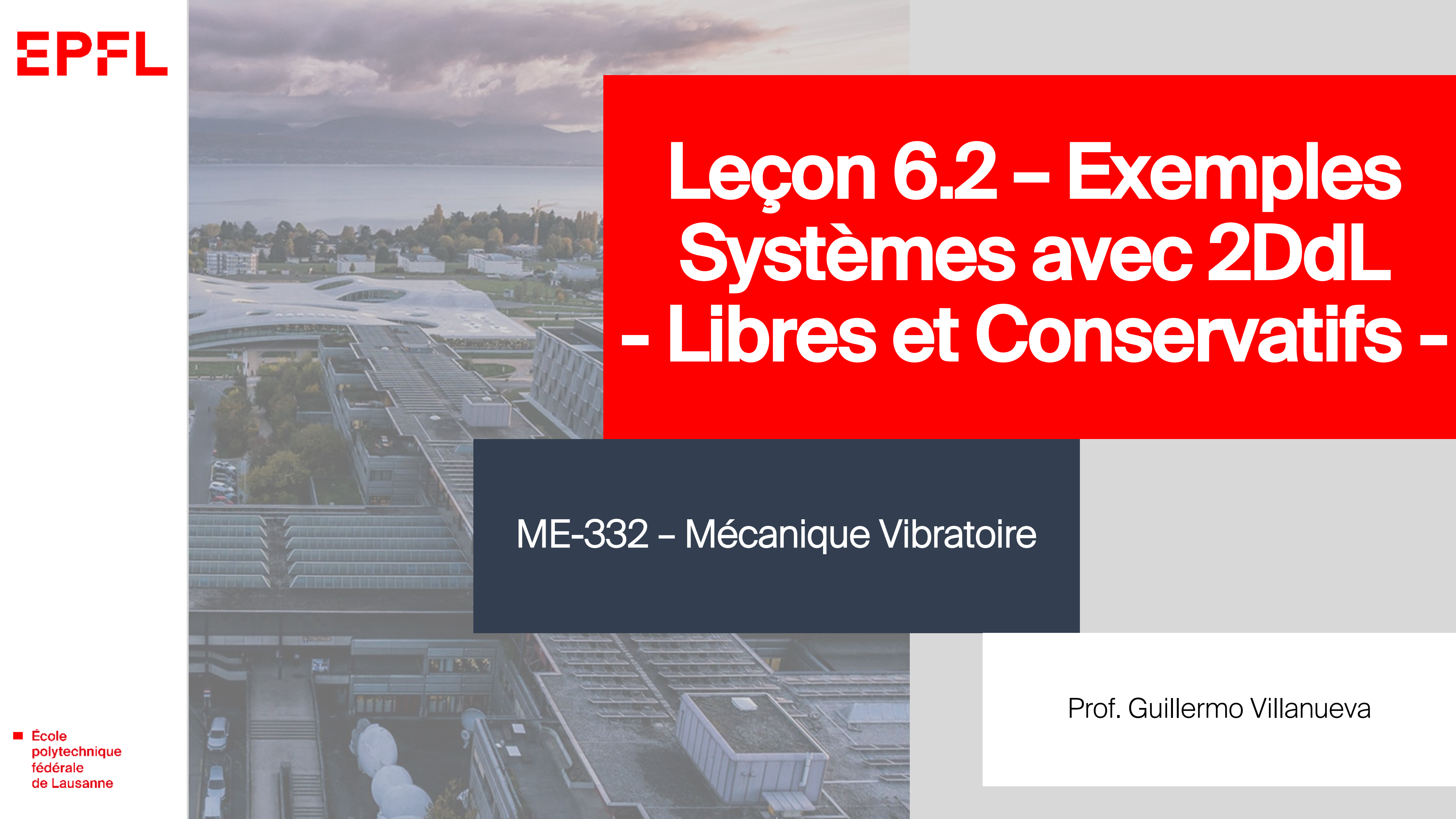




Leçon 6.2 – Exemples Systèmes avec 2DdL – Libres et Conservatifs –

ME-332 – Mécanique Vibratoire

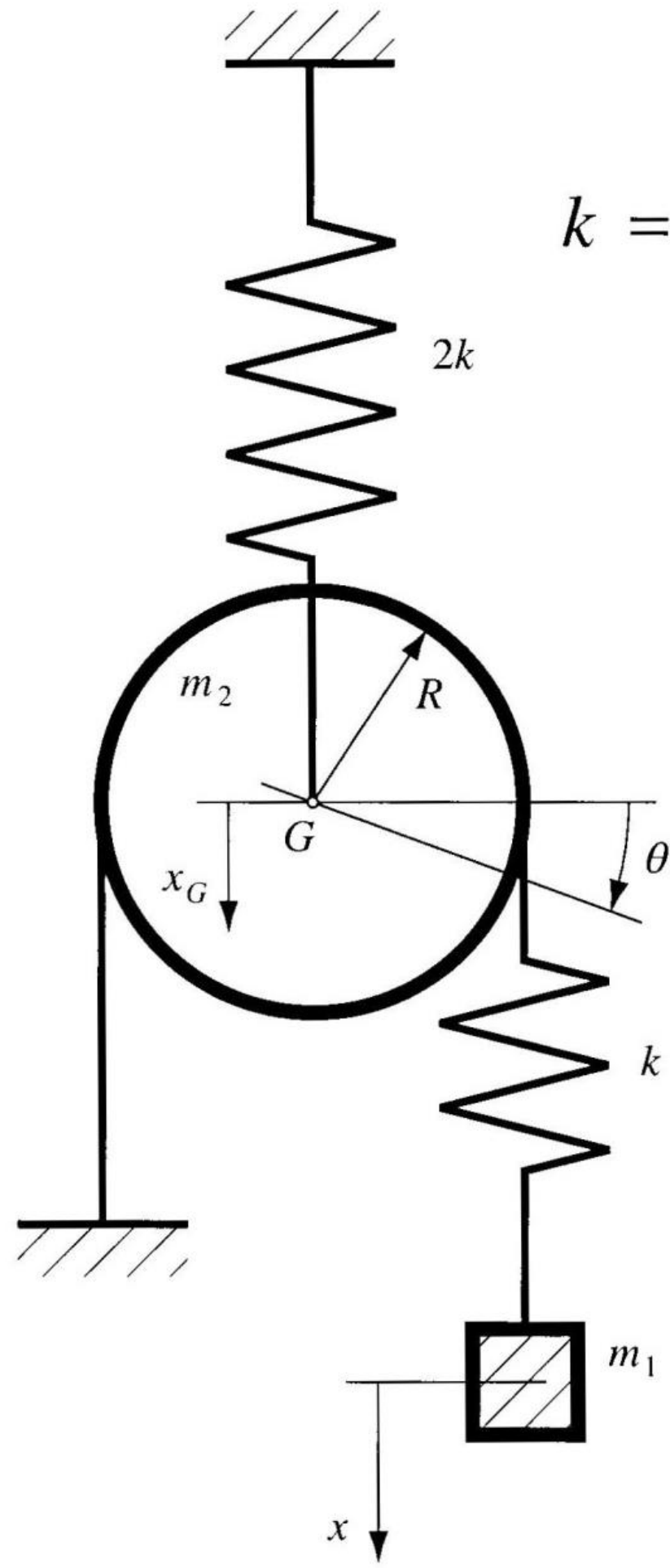
Prof. Guillermo Villanueva

- Tendeur d'un tambour rotative

EPFL Exemple 6.1: Tendeur d'un tambour rotative

Données numériques

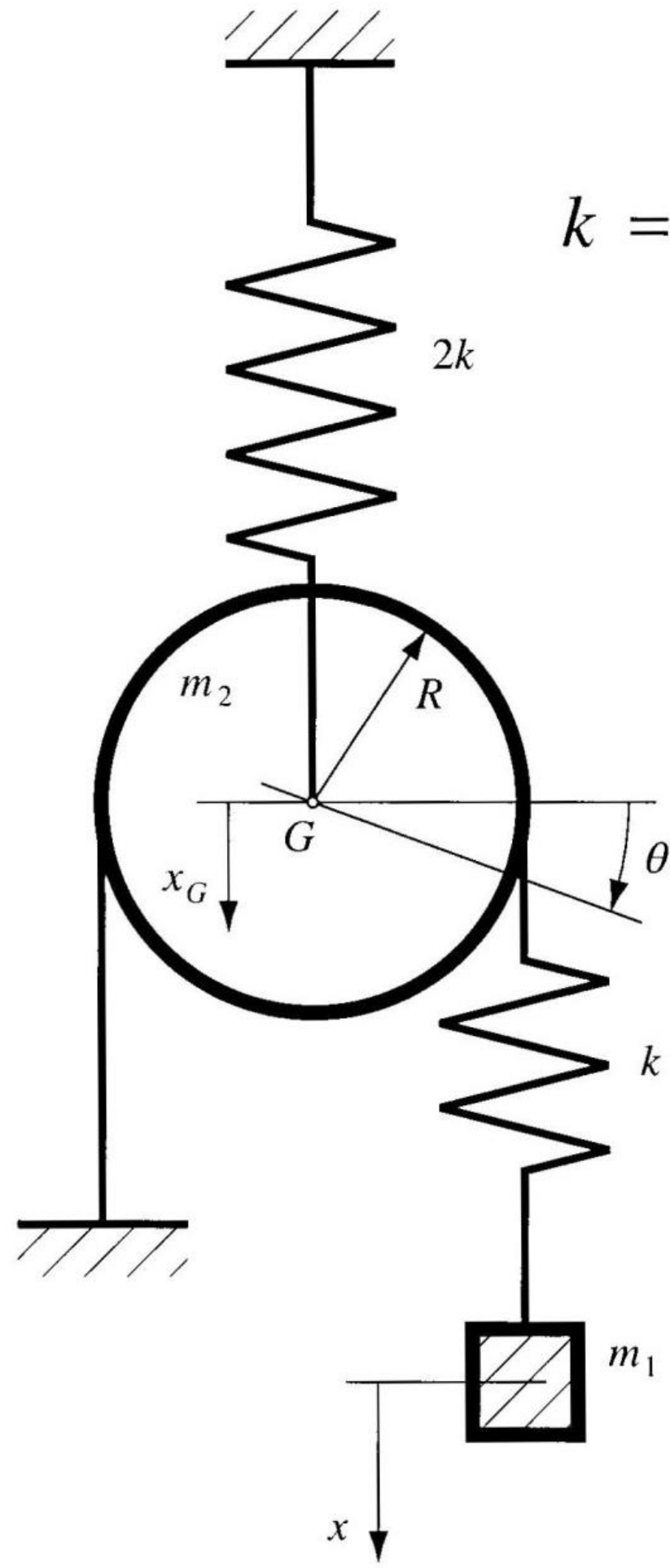
$$k = 500 \text{ N / m} \quad m_1 = 15 \text{ kg} \quad m_2 = 10 \text{ kg}$$



EPFL Exemple 6.1: Tendeur d'un tambour rotative

Données numériques

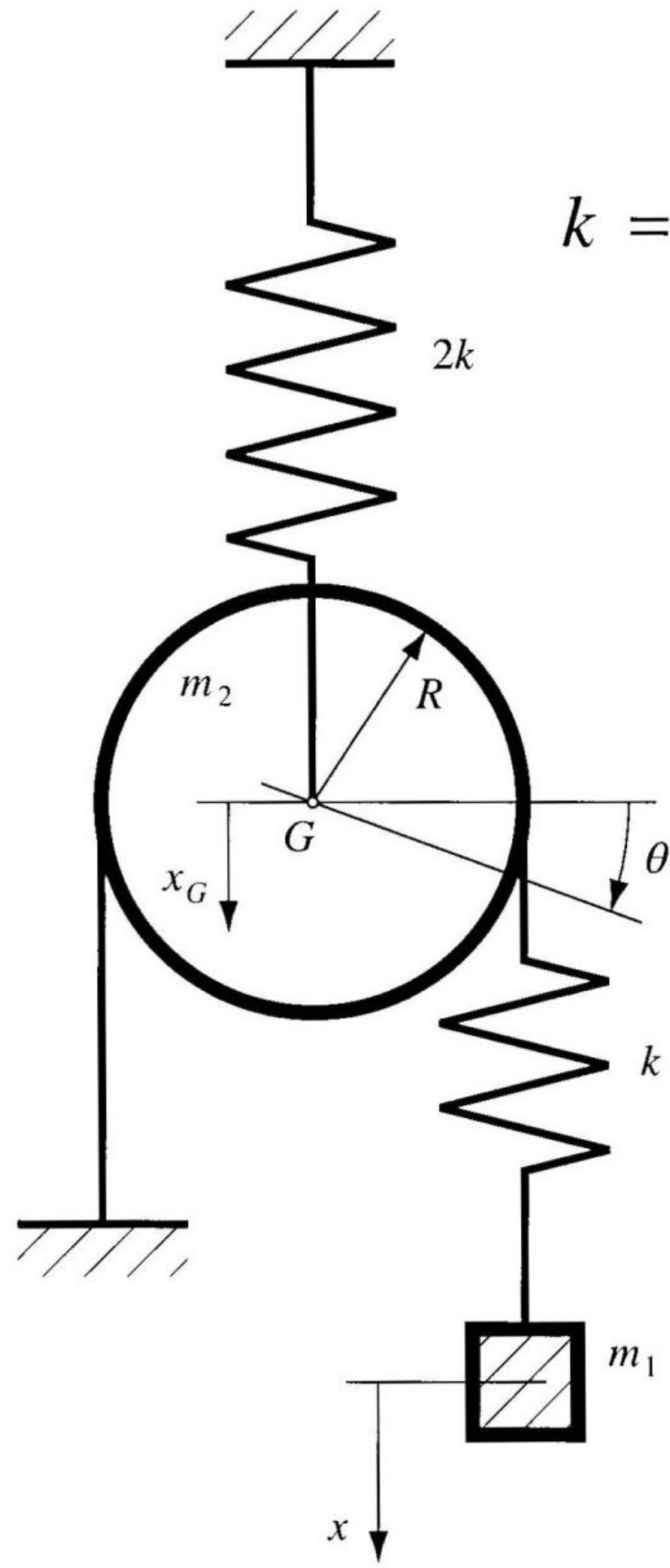
$$k = 500 \text{ N / m} \quad m_1 = 15 \text{ kg} \quad m_2 = 10 \text{ kg}$$



EPFL Exemple 6.1: Tendeur d'un tambour rotative

Données numériques

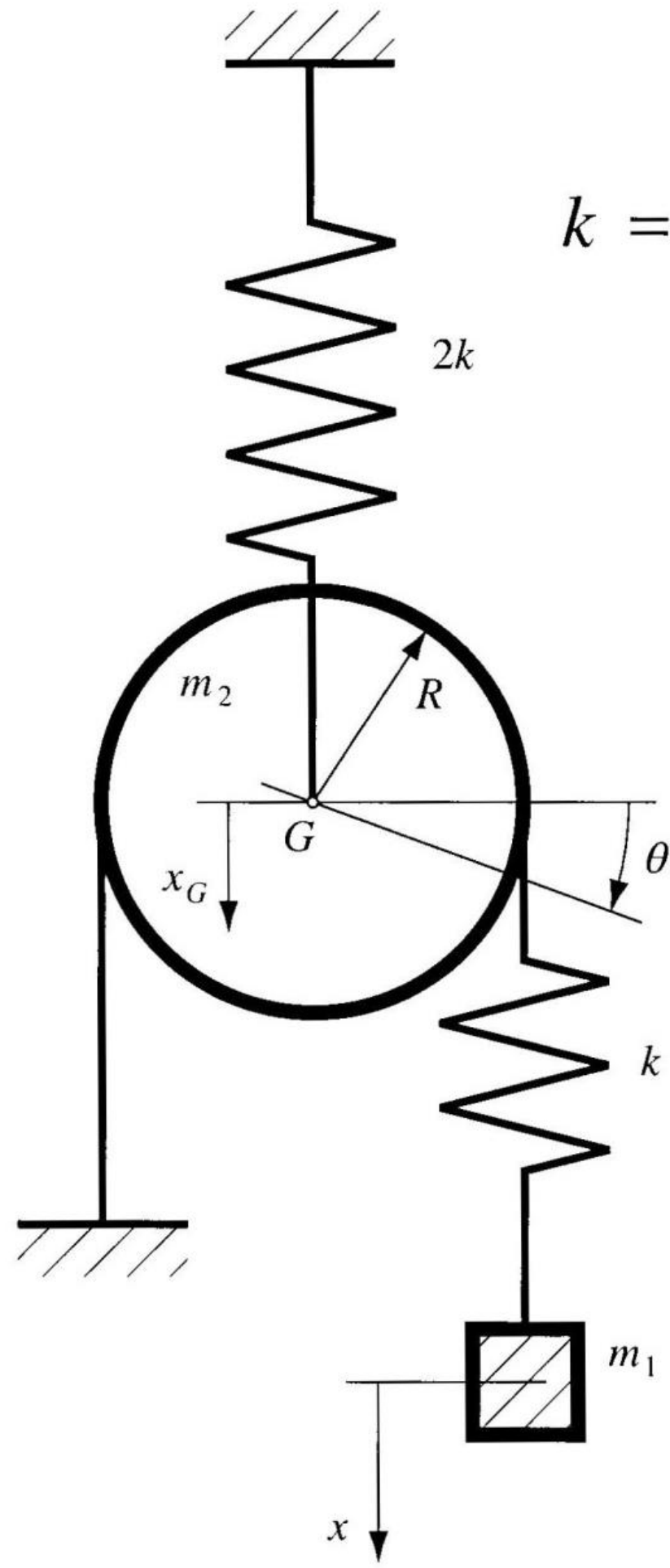
$$k = 500 \text{ N / m} \quad m_1 = 15 \text{ kg} \quad m_2 = 10 \text{ kg}$$



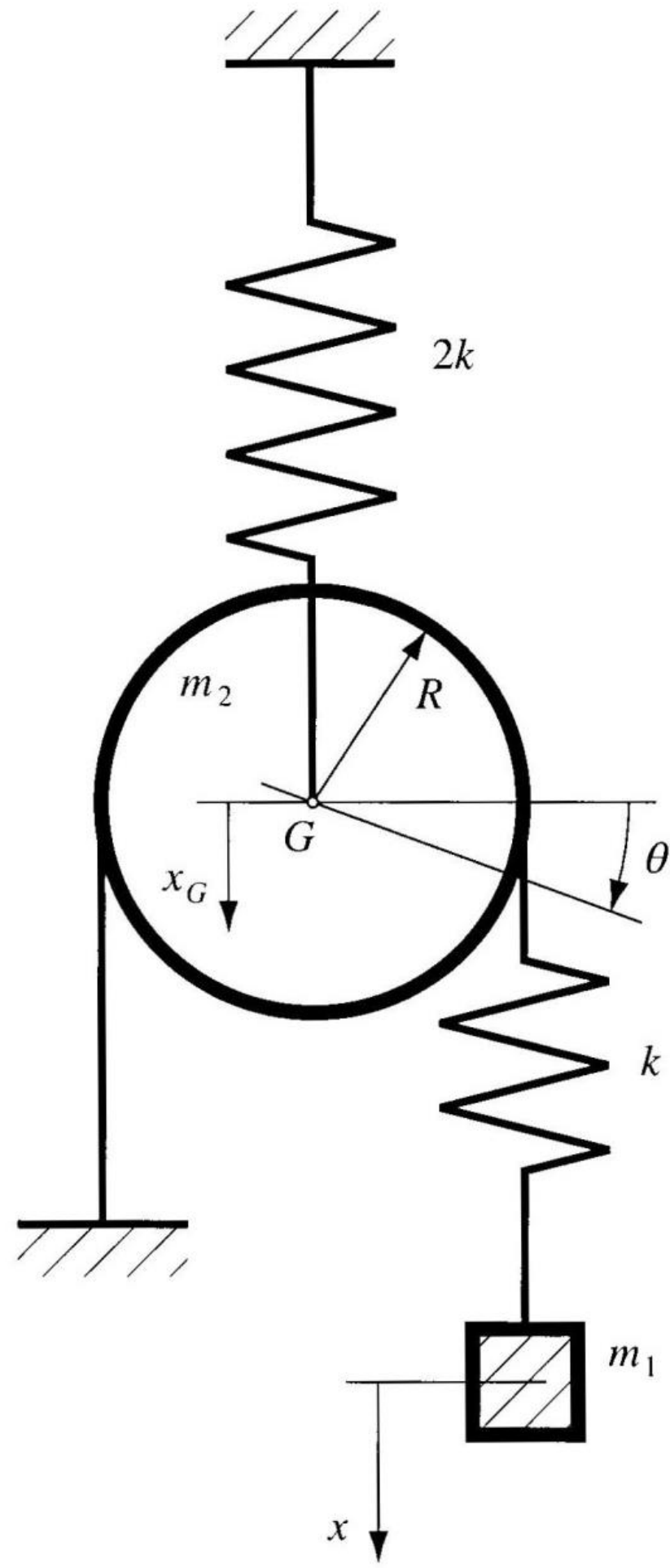
EPFL Exemple 6.1: Tendeur d'un tambour rotative

Données numériques

$$k = 500 \text{ N / m} \quad m_1 = 15 \text{ kg} \quad m_2 = 10 \text{ kg}$$



EPFL Exemple 6.1: Tendeur d'un tambour rotative



Energie cinétique du système

$$\begin{aligned} T &= \frac{1}{2} m_1 \dot{x}^2 + \frac{1}{2} I \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} m_2 R^2 \dot{\theta}^2 \\ &= \frac{1}{2} m_1 \dot{x}^2 + \frac{3}{4} m_2 R^2 \dot{\theta}^2 \end{aligned}$$

Energie potentielle du système

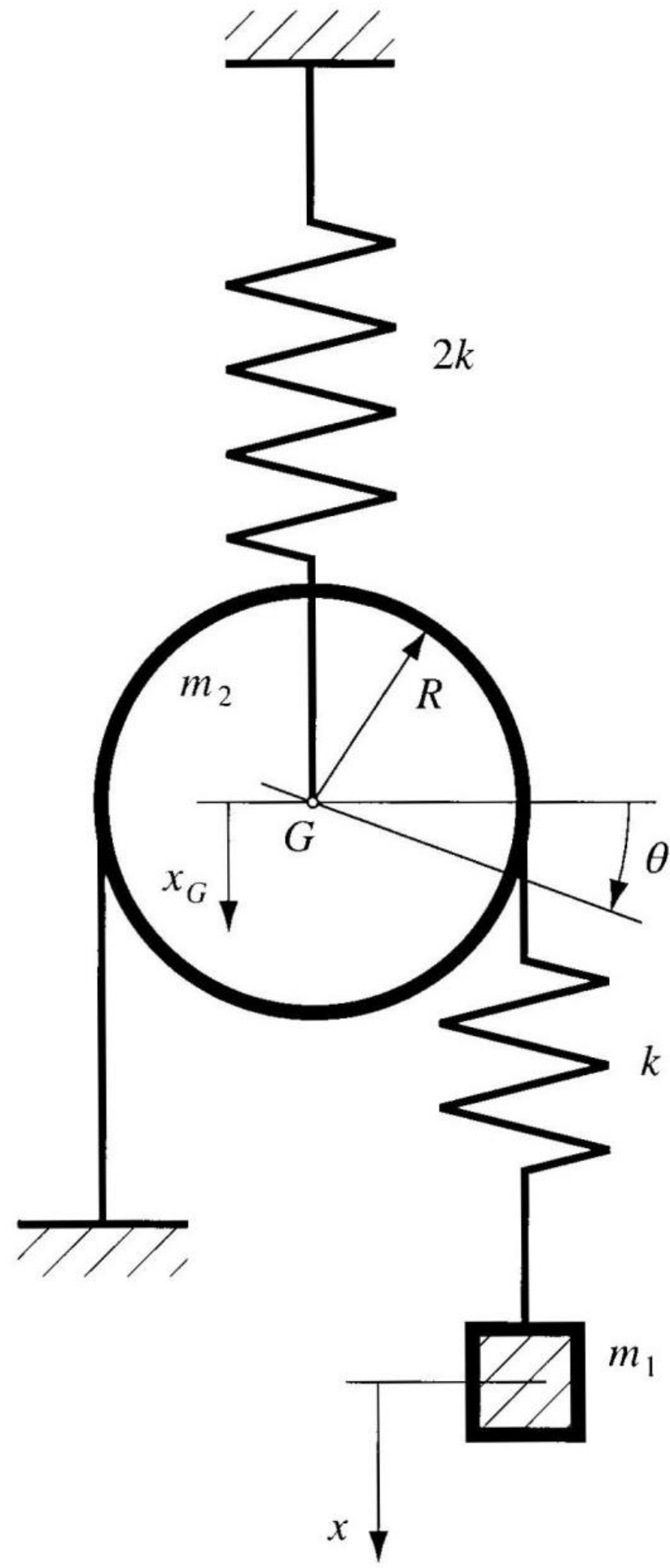
$$\begin{aligned} V &= \frac{1}{2} (2k) (R\theta)^2 + \frac{1}{2} k (x - 2R\theta)^2 \\ &= \frac{1}{2} k x^2 + 3k R^2 \theta^2 - 2k xR\theta \end{aligned}$$

Equations de *Lagrange* (système conservatif en régime libre)

$$\frac{d}{dt} \left\{ \frac{\partial T}{\partial \dot{x}_i} \right\} + \left\{ \frac{\partial V}{\partial x_i} \right\} = 0$$

avec $x_i =$ coordonnée généralisée

EPFL Exemple 6.1: Tendeur d'un tambour rotative



Equations du *mouvement* du système avec les variables x et x_G

$$m_1 \ddot{x} + k x - 2k x_G = 0$$

$$\frac{3}{2} m_2 R \ddot{x}_G + 6k R x_G - 2k R x = 0$$

$$\ddot{x} + \frac{k}{m_1} x - \frac{2k}{m_1} x_G = 0$$

$$\ddot{x}_G + \frac{4k}{m_2} x_G - \frac{4}{3} \frac{k}{m_2} x = 0$$

Equation caractéristique

$$\begin{vmatrix} p^2 + 33,3 & -66,7 \\ -66,7 & p^2 + 200 \end{vmatrix} = 0$$

Pulsations *propres* du système

$$\omega_1^2 = 9,95 \text{ s}^{-2} \quad \omega_1 = 3,15 \text{ s}^{-1}$$

$$\omega_2^2 = 223 \text{ s}^{-2} \quad \omega_2 = 15,0 \text{ s}^{-1}$$

Vecteurs modaux du s

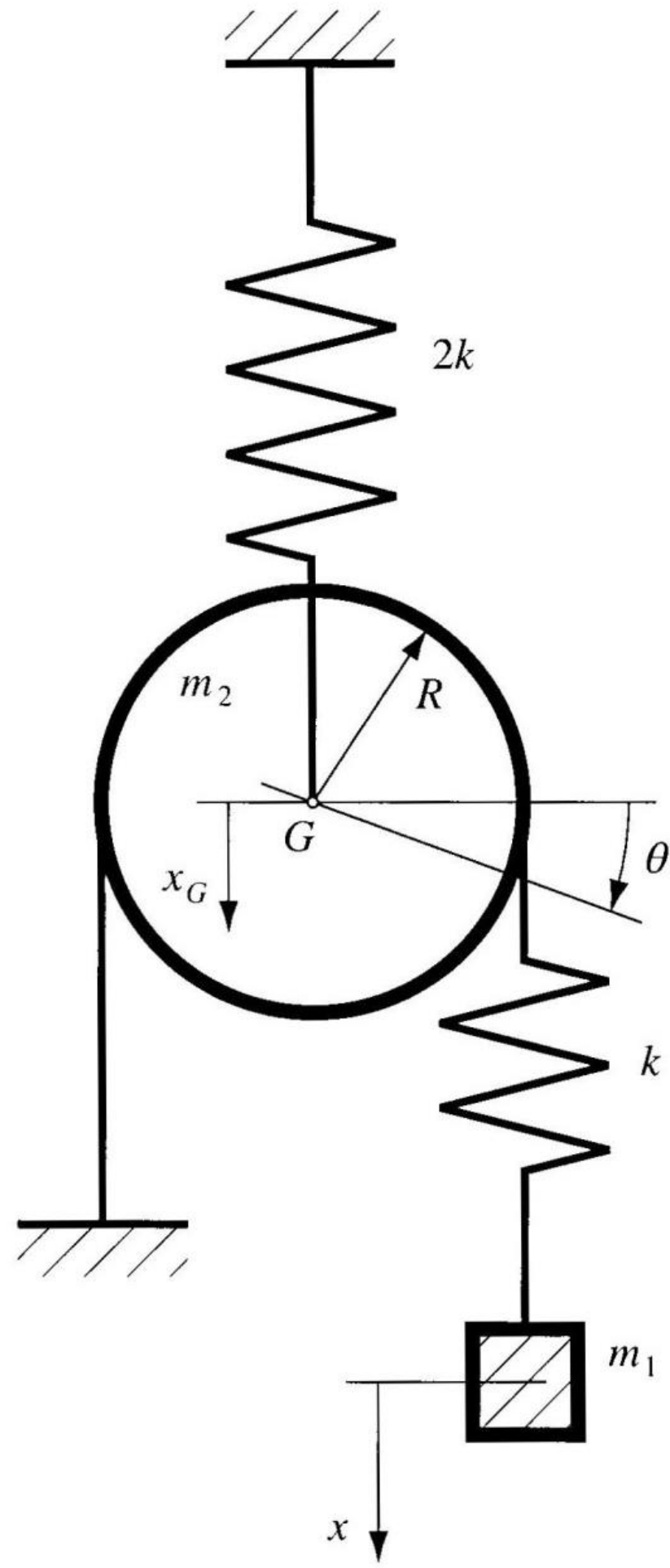
$$\beta_1 = \begin{Bmatrix} 1 \\ 0,35 \end{Bmatrix} \quad \beta_2 = \begin{Bmatrix} - \\ -2,85 \end{Bmatrix}$$

Solu

$$x_1 = X_1$$

$$x_2 = 0,$$

EPFL Exemple 6.1: Tendeur d'un tambour rotative



Pulsations *propres* du système

$$\begin{aligned}\omega_1^2 &= 9,95 \text{ s}^{-2} & \omega_1 &= 3,15 \text{ s}^{-1} \\ \omega_2^2 &= 223 \text{ s}^{-2} & \omega_2 &= 15,0 \text{ s}^{-1}\end{aligned}$$

Vecteurs modaux du système

$$\beta_1 = \begin{Bmatrix} 1 \\ 0,35 \end{Bmatrix} \quad \beta_2 = \begin{Bmatrix} 1 \\ -2,85 \end{Bmatrix}$$

Solutions générales du régime libre

$$x_1 = X_1 \cos(3,15t - \varphi_1) + X_2 \cos(15,0t - \varphi_2)$$

$$x_2 = 0,35 X_1 \cos(3,15t - \varphi_1) - 2,85 X_2 \cos(15,0t - \varphi_2)$$